# Contribución sobre diseño topológico para la optimización de piezas mecánicas

Mina, Héctor O.

Bailo, Alejandro H. A.

hector.omar.mina@gmail.com

alejandro@soliddesign.com.ar

Tonini, Walter R.

Giordano, Emanuel A.

wtonini@sanfrancisco.utn.edu.ar

ema\_giordano@hotmail.com.ar

Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Francisco (Córdoba, Argentina).

Fecha de recepción COINI 2022: 28/06/2022 Fecha de aprobación COINI 2022: 03/10/2022

Fecha de aprobación RIII: 30/01/2024

### RESUMEN

La aplicación de simulaciones computacionales basadas en topología logra una optimización de la topología no paramétrica de los cuerpos o piezas, como reducción de peso o deformaciones. La OT es un método numérico que ha captado el interés de ingenieros y científicos en los últimos años, pues permite la síntesis de estructuras o cuerpos con valores óptimos de uno o varios de sus parámetros físicos. También se suscita el problema de máxima rigidez con restricción de volumen, que básicamente consiste en encontrar la distribución de material en un dominio donde la máxima rigidez se mantenga constante para determinada carga de origen, restringiendo el volumen final del material usado en la estructura o pieza.

En este trabajo se presenta una implementación de la técnica de OT aplicada al diseño de una carcasa de un generador eólico de eje vertical tipo Savonius para definir la forma geométrica en un escenario de cargas estáticas que varían su dirección durante las iteraciones del cálculo; con el objetivo de obtener una geometría CAD optima, evaluando el comportamiento de la OT en piezas delgadas.

Palabras Claves: diseño mecánico; optimización topológica; reducción de peso; simulación.

# Contribution on topological design for the optimization of mechanical parts

#### **ABSTRACT**

The application of computational simulations based on topology achieves an optimization of the non-parametric topology of the bodies or weight parts. such as reduction deformations. OT is a numerical method that has captured the interest of engineers and scientists in recent years, as it allows the synthesis of structures or bodies with optimal values of one or more of their physical parameters. The problem of maximum stiffness with volume restriction is also raised, which basically consists of finding the material distribution in a domain where the maximum stiffness remains constant for a given original load, restricting the final volume of the material used in the structure or part. .

This paper presents an implementation of the OT technique applied to the design of a Savonius type vertical axis wind generator casing to define the geometric shape in a scenario of static loads that vary their direction during the iterations of the calculation; with the aim of obtaining an optimal CAD geometry, evaluating the behavior of the OT in thin parts.

**Keywords:** mechanical design; topological optimization; weight reduction; simulations.

# Contribuição no projeto topológico para otimização de peças mecânicas

#### **RESUMO**

A aplicação de simulações computacionais baseadas em topologia consegue otimização topológica não paramétrica de corpos ou pecas. como redução de peso ou deformações. TO é um método numérico que tem despertado o interesse de engenheiros e cientistas nos últimos anos, pois permite a síntese de estruturas ou corpos com valores ótimos de um ou mais de seus parâmetros físicos. Surge também o problema da rigidez máxima com restrição de volume, que consiste basicamente em encontrar a distribuição do material em um domínio onde a rigidez máxima permanece constante para uma determinada carga original, restringindo o volume final do material utilizado na estrutura ou peca..

Este trabalho apresenta uma implementação da técnica OT aplicada ao projeto de um alojamento para um gerador eólico de eixo vertical tipo Savonius para definir a forma geométrica em um cenário de cargas estáticas que variam sua direção durante as iterações de cálculo; com o objetivo de obter uma geometria CAD ótima, avaliando o comportamento do OT em peças finas.

**Palavras chave**: projeto mecânico; otimização topológica; redução de peso; simulação.

#### 1. INTRODUCCIÓN

Optimización topológica (OT) es un método matemático basado en elementos finitos que se encarga de distribuir la menor cantidad de masa de material dentro de un volumen disponible (dominio) procurando al mismo tiempo la máxima rigidez posible (o mínima flexibilidad) para un determinado estado de carga (condiciones de carga) y restricciones (condiciones de contorno). En un estudio de topología, se puede establecer un objetivo de diseño para encontrar la mayor rigidez al cociente de peso, minimizar la masa o incluso reducir el desplazamiento máximo de un componente. También se puede definir restricciones como la desviación máxima, el porcentaje de masa eliminada y los procesos de fabricación.

Por ejemplo, cuando se diseña el ala de un avión se desea obtener el menor peso posible, asegurando una rigidez y resistencia adecuadas. El problema de la máxima rigidez con restricción de volumen es de gran importancia en Ingeniería Mecánica e Ingeniería de Estructuras, pues permite reducir el peso final del elemento mecánico o estructural, conservando su rigidez y funcionalidad. Partes mecánicas de bajo peso implican menores costos por material y menor consumo de combustible en el caso de vehículos de transporte (Bendsøe, 2003). En general, la reducción de la inercia en partes en movimiento, sea maquinaria o vehículos, disminuye la cantidad de energía necesaria para su operación.

La Figura 1 muestra una propuesta de carcasa para generador eólico de eje vertical con restricciones en las caras cilíndricas y una carga (F) en las caras de empuje. La idea del trabajo es aplicar esta técnica tratando de resolver un problema de máxima rigidez (o mínima flexibilidad) con restricción de volumen, por lo que nos planteamos el objetivo de obtener una geometría CAD partiendo de una pregeometría tosca de la carcasa superior del generador, y también ver cómo se comporta la OT en piezas relativamente delgadas. Obtener las curvas de convergencia para el caso de cargas múltiples planteadas.

En la Figura 1 se muestra la topología óptima obtenida para el estado de carga mostrado y el volumen final de la estructura igual al 30% del volumen inicial.

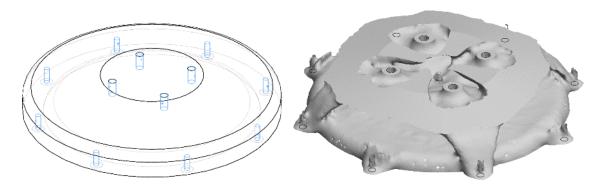


Figura 1: Topología obtenida, volumen inicial y final. Fuente: elaboración propia.

### Reseña histórica

Los principios básicos sobre la teoría de la optimización se sitúan cronológicamente entre los siglos XVII y XVIII (ver ref. [8]):

- Galilei (1638): forma óptima de una viga en voladizo, con una carga puntual en su extremo libre.
- Leibniz (1646-1716): cálculo infinitesimal.
- Lagrange (1736-1813): cálculo de variaciones (valores extremos de una función de funciones). Hamilton (1808-1865): principio de mínima acción.
- Michell (1904): principios fundamentales para el diseño óptimo de barras de peso mínimo.

Entre los años 1940 y 1950 el trabajo fundamentalmente fue analítico. Schmit y Farshi (1974) estuvieron entre los primeros autores que propusieron una declaración comprensiva sobre las técnicas de programación matemática. Durante la década de 1970, la optimización de estructuras disfrutó de una intensiva investigación, pero desgraciadamente fueron pocas las aplicaciones prácticas. Francavilla, Ramakrishnan, y Zienkiewicz (1975) propusieron caracterizar la forma óptima con el objetivo de minimizar la concentración de tensiones, a través de parámetros geométricos predefinidos.

Oda (1977) presentó un estudio donde se obtienen las formas óptimas correspondientes a dos problemas planos introduciendo cambios en algunos elementos finitos preseleccionados. Rodríguez y Sereig (1985) introducen un algoritmo basado en FEA (Finite Elements Analysis) donde la forma óptima se alcanza maximizando el empleo del material. Mattheck y Burkhardt (1990) plantearon un método de optimización basándose en la analogía entre la geometría de la estructura, y el mecanismo de crecimiento del árbol con el objetivo de minimizar las concentraciones de tensiones. Xie y Steven (1993) presentan un método denominado ESO (Evolutionary Structural Optimization), el cual mediante un sencillo proceso iterativo va retirando el material menos eficiente del diseño. Bendsøe y Kikuchi (1993) desarrollaron el método de homogenización en el cual un modelo de material con pequeñas cavidades se introduce en el diseño, resolviendo el problema de diseño óptimo mediante la determinación de la porosidad ideal. En la actualidad, los algoritmos basados en el proceso de la selección natural y evolución biológica (algoritmos evolucionarios) se confirman como la metodología más potente y robusta para el diseño óptimo (Lin, 2010). En los sucesivos apartados se elabora una descripción más extensa sobre algunos de estos métodos, así como otras técnicas que establecen el actual marco para la resolución del problema de diseño óptimo en estructuras continuas.

Schmidt, propuso una idea revolucionaria que dio origen a una nueva disciplina: los ingenieros, en general, tratan de diseñar objetos o sistemas de coste mínimo que durante su vida útil deben ser capaces de resistir las solicitaciones máximas que se puedan producir; por tanto, los problemas de diseño (óptimo) podrían plantearse de forma sistemática en términos de problemas de minimización con restricciones, y podrían resolverse mediante técnicas de programación no lineal utilizando ordenadores digitales de alta velocidad. Desde entonces, la optimización de formas y dimensiones en ingeniería estructural se ha planteado habitualmente mediante formulaciones de mínimo peso, con restricciones no lineales impuestas con el fin de limitar los valores admisibles de los campos de desplazamientos y tensiones. Sin embargo, desde que (Bendsøe, 2013) y (Kikuchi, 1998) desarrollaron los conceptos básicos en 1988, los problemas de optimización topológica se han planteado tradicionalmente mediante formulaciones de máxima rigidez (Timoshenko, 1970). Con este tipo de planteamientos se pretende distribuir una cantidad predeterminada de material en un recinto de forma que se maximice la rigidez (se minimice la energía de deformación) de la pieza resultante para un determinado estado de carga.

De esta forma se evita tener que trabajar con numerosas restricciones altamente no lineales, habida cuenta del elevado número de variables de diseño que es consustancial a los problemas de optimización topológica. A cambio, no es posible contemplar múltiples estados de carga, y las formulaciones de máxima rigidez conducen —en principio— a problemas intrínsecamente mal planteados, cuyas soluciones oscilan indefinidamente al refinar la discretización.

### 2. MÉTODO

### Método SIMP para optimización de topología:

La optimización de topología es el tipo más común de optimización estructural. Se utiliza en la fase inicial del diseño para predecir la distribución óptima del material dentro de un determinado espacio inicial de una estructura, y tiene en cuenta las especificaciones funcionales y las restricciones de fabricación.

El método matemático más popular para la optimización de topología es el método de material isotrópico sólido con penalización (SIMP- Solid Isotropic Material with Penalty). Bendsøe y Kikuchi (1988) y Rozvany y Zhou (1992) propusieron inicialmente el método SIMP. El método SIMP predice una distribución óptima del material dentro de un espacio de diseño determinado, para casos de carga determinados, condiciones de contorno, restricciones de fabricación y requisitos de rendimiento. Según Bendsøe (1989): "la optimización de la forma en su configuración más general debe consistir en una determinación para cada punto del espacio, independientemente de que haya material en ese punto o no". El enfoque tradicional para la optimización de topología es la individualización de un dominio en una rejilla de elementos finitos denominados microestructuras sólidas isotrópicas. Cada elemento se rellena con material para regiones que requieren material, o se vacía de material para regiones donde se puede eliminar material (que representa vacíos). La distribución de densidad del material dentro de un dominio de diseño, ρ, es individual, y a cada elemento se le asigna un valor binario:

 $\rho_e = 1$ , donde se requiere material (negro)

 $\rho_e = 0$ , donde se elimina material (blanco)

# 3. IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA

El sistema de ecuaciones lineales que se obtiene en la solución de un problema de elasticidad lineal usando el método de los elementos finitos (MEF) (Logan, 2007) es de la forma:

$$Ku = f \tag{1}$$

Donde u y f, son los desplazamientos y fuerzas externas aplicadas en los nodos, respectivamente. El término K es la matriz de rigidez global, que está dada por la suma coherente (también denominado proceso de ensamble de la matriz global) de las matrices de rigidez de cada elemento

$$K^e = \sum_{i=1}^{N_e} K_i^e \ para \ i = 1, 2, 3, \dots, N_e$$
 (2)

Donde *Ne* es el número total de elementos finitos usados para discretizar el dominio. La matriz de rigidez de cada elemento se obtiene de la siguiente expresión:

$$K^e = \int_{\Omega^e} B^T DB \ d\Omega \tag{3}$$

Donde D es la matriz de material para el caso de esfuerzo plano [7], B es la matriz de las derivadas de las funciones de forma y  $\Omega$  representa el dominio de diseño [8].

Como la idea de la OT es distribuir cierta cantidad de material en el dominio, de tal forma que la rigidez sea la máxima posible, se necesita un mecanismo para modelar la presencia o ausencia de material. En este trabajo se usó el modelo de material sólido isotrópico con penalización (SIMP). En este modelo, cada

elemento finito tiene asociada una variable llamada pseudodensidad ( $\rho$ ), que multiplica la matriz de rigidez del elemento de la siguiente manera:

$$\widehat{K}_i^e = \rho_i^p K_i^e \tag{4}$$

Donde  $\rho$  es un factor de penalización usado para reducir los valores intermedios de las pseudodensidades. Estas presentan valores entre cero y uno, donde cero representa ausencia total de material y uno representa la presencia del material de base usado en el diseño. Por cuestiones de implementación numérica, las pseudodensidades no pueden tener valores discretos de 0 y 1, sino una variación continúa entre estos dos valores.

$$(0 \le \rho \le 1) \tag{5}$$

La energía de deformación aumenta a medida que la estructura se deforma, por tanto, el proceso de optimización consiste en hallar el conjunto de valores  $\rho i$  que la minimizan.

Por ejemplo, la imagen muestra un diseño de material optimizado de una viga cargada (Fig. 2). Los elementos sólidos con densidades  $\rho_{(e)}$  =1 son de color negro, mientras que los elementos vacíos con  $\rho_{(e)}$  = 0 se eliminan.

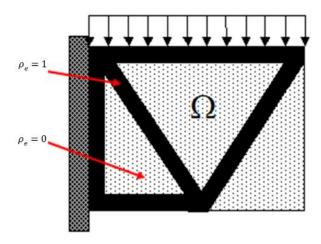


Figura 2: Diseño optimizado de viga cargada

La introducción de una función de distribución de densidad relativa continua evita la naturaleza binaria de activación/desactivación del problema. Para cada elemento, la densidad relativa asignada puede variar entre un valor mínimo  $\rho_{min}$ . y 1, que permite la asignación de densidades intermedias para los mismos (caracterizados como elementos porosos):

 $ho_{min}$  es el valor de la densidad mínima permitida para los elementos vacíos que son mayores que cero. Este valor de densidad garantiza la estabilidad numérica del análisis de elementos finitos. Dado que la densidad relativa del material puede variar continuamente, el módulo de elasticidad del material en cada elemento también puede variar continuamente. Para cada elemento "e", la relación entre el factor de densidad relativa del material  $\rho_e$  y el módulo de elasticidad del modelo de material isotrópico asignado,  $E_0$  se calcula mediante la ley de potencia siguiente (ver Figura 3):

$$E(\rho_e) = \rho_e^p E_0 \tag{6}$$

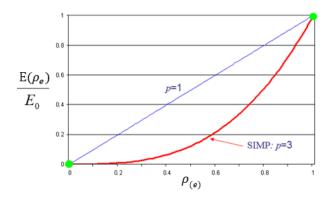


Figura 3: Factor de penalidad p y método SIMP

El factor de penalidad p disminuye la contribución de elementos con densidades intermedias (elementos grises) a la rigidez total. El factor de penalidad dirige la solución de optimización a elementos que son de color negro sólido ( $\rho_e=1$ ) o blanco vacío ( $\rho_e=\rho_{min}$ ). Los experimentos numéricos indican que un valor de factor de penalidad de p=3 es adecuado.

Una reducción del módulo elástico del material de un elemento conduce a una disminución de la rigidez del elemento. Según el método SIMP, la rigidez global se modula de acuerdo con:

$$K_{SIMP(\rho)} = \sum_{e=1}^{N} [\rho_{min} + (1 - \rho_{min})\rho_e^p] K_e$$
 (7)

Donde  $K_e$  es la matriz de rigidez del elemento,  $\rho_{min}$  representa la densidad relativa mínima,  $\rho_e$  es la densidad relativa del elemento, p es el factor de penalidad y N es el número de elementos en el dominio de diseño. Por ejemplo, para un elemento con una densidad relativa asignada  $\rho_e=0.5$ , factor de penalidad p=3 y  $\rho_{min}=0.001$ , la matriz de rigidez global se escala mediante un factor de  $f=(0.001+(1-0.001)*0.5^3)=0.12587$ .

Un conocido objetivo de optimización es maximizar la rigidez general de una estructura, o minimizar su cumplimiento en una cantidad determinada de eliminación de masa.

El cumplimiento es una medida de la flexibilidad o suavidad general de una estructura, y es el recíproco de la rigidez. El cumplimiento global es igual a la suma del elemento elástico o las energías de deformación. Minimizar el cumplimiento global  $\mathcal{C}$ , es equivalente a maximizar la rigidez global. El algoritmo de optimización, mediante un proceso iterativo, trata de resolver las densidades de los elementos (que son las variables de diseño de optimización) que minimizan el cumplimiento global de la estructura.

$$\min C(\{\rho\}) = \sum_{e=1}^{N} (\rho^e)^p [u_e]^T [K_e] [u_e]$$
(8)

 $[u_e]$  es el vector de desplazamiento nodal del elemento e,  $[K_e]$  es la rigidez del elemento e, y el vector  $\{p\}$  contiene las densidades relativas de los elementos  $\rho_e$ .

Durante cada iteración de optimización, se deben cumplir la restricción de masa objetivo, el equilibrio de fuerza-rigidez global y las restricciones funcionales requeridas:

$$\sum_{e=1}^{N} \{v_e\}^T \rho_e \le M_{target} \tag{9}$$

Donde  $v_e$  es el volumen del elemento y  $M_{target}$  es la masa objetivo de la optimización.

$$[K\{\rho\}]\{u\} = \{F\} \tag{10}$$

 $[K\{\rho\}]$  es la matriz de rigidez global modulada por el vector de densidades relativas,  $\{u\}$  es el vector de desplazamiento, y  $\{F\}$  es el vector de fuerza externa.

$$\theta(\{p\}, \{u\})_1 \le \theta_1^*, \theta(\{p\}, \{u\})_2 \le \theta_2^*, \dots$$
 (11)

La fórmula anterior contiene restricciones de respuesta de diseño, como límites en tensiones, desplazamientos, frecuencias propias, etc.

### 4. CREACIÓN DE UN ESTUDIO DE TOPOLOGÍA

En esta sección se explica el proceso paso a paso para optimizar la carcasa del generador, con el fin de que sea útil para su replicación en otras piezas.

#### 4.1 Creación de un Nuevo Estudio en SolidWorks Simulations.

### 4.1.1 En la ventana de Percepción de diseño, elegimos Estudio de topología (Fig. 4).

En este ejemplo, configuraremos un estudio de topología con el objetivo de encontrar la mayor rigidez por unidad de peso de una carcasa de un generador eólico de eje vertical.

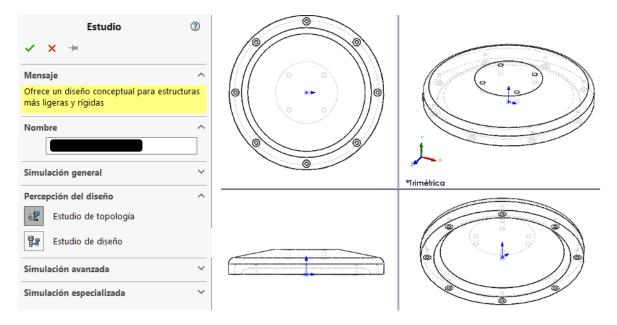


Figura 4: Estudio de Topología de la Carcasa

# 4.1.2 Seleccionamos las Propiedades del Estudio: Topología.

La simulación topología es similar a la simulación estática en cuanto a su definición de las variables generales y condiciones de contorno; ej.: los materiales, cargas y restricciones son las mismas. Se agrega dos nuevas entradas: los objetivos y restricciones, y los controles de fabricación. El objetivo del estudio de topología puede ser minimizar la masa o el desplazamiento de la pieza o bien maximizar su rigidez (mejor relación rigidez-peso), siendo buena costumbre comenzar con esta última. En cualquiera de los 3 casos posibles, siempre se busca minimizar la masa.

Por último, se pueden agregar opcionalmente los *controles de fabricación*. Los mismos son regiones protegidas, de modo que se podrá excluir áreas del modelo del proceso de topología y del control de espesor, y establecer el grosor mínimo de los componentes además de la simetría del modelo y la definición de la dirección de desmoldeo para piezas en fundición. Para la Configuración de región conservada (bloqueada), debemos seleccionar Regiones con cargas y sujeciones (Fig. 5). Esto nos sirve para que todas las regiones donde hemos definido cargas y sujeciones se conserven de forma predeterminada, es decir, no se hará optimización de estas caras conservadas. Aquí se utiliza la opción *múltiples cargas* que son representativas de las direccione de los vientos, y actúan por separada para cada paso de iteración.

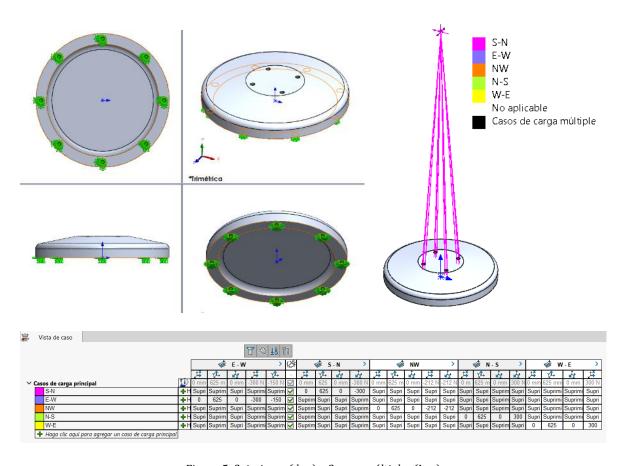


Figura 5: Sujeciones (der.) y Cargas múltiples (Izq.).

# 4.1.3 Definimos el material (Material: Aluminio 1060), las sujeciones y las cargas externas

En el gestor de estudio de topología, en Objetivos y restricciones elegimos la opción de mayor rigidez al cociente de peso (predeterminado) (Fig. 6).

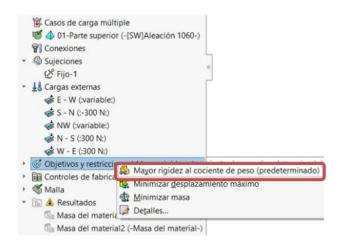


Figura 6: Objetivos y restricciones - mayor rigidez por unidad de peso

Disponemos de 3 objetivos, los cuales son:

- Mayor rigidez al cociente de peso (predeterminado): Cuando se selecciona Mayor rigidez al
  cociente de peso, el algoritmo trata de minimizar el cumplimiento global del modelo, que es una
  medida de la flexibilidad general (recíproco de la rigidez). El cumplimiento viene definido por
  la suma de energía de todos los elementos.
- **Minimizar desplazamiento máximo:** La optimización proporciona el diseño más rígido que pesa menos que el diseño inicial y minimiza el desplazamiento máximo observado.
- Minimizar masa con restricciones de desplazamiento: El algoritmo busca reducir la masa de un componente mientras se restringe el desplazamiento

# 4.1.4 En la ventana de Objetivos y Restricciones, vamos a reducir el porcentaje de masa (Fig. 7).

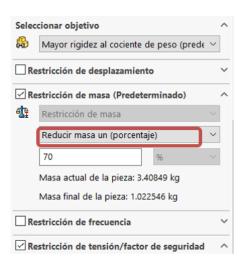


Figura 7: Reducción del porcentaje de masa

En la primera restricción, para Reducir masa un (porcentaje), definimos 70 (%) como Valor de restricción. Las restricciones limitan las soluciones de espacio de diseño, disponemos de 4 tipos de restricciones, a saber:

- **Restricción de masa:** El algoritmo de optimización intentará alcanzar la reducción de masa objetiva para la forma final mediante un proceso iterativo.
- **Restricción de desplazamiento:** Establece el límite superior para el componente de desplazamiento seleccionado.
- **Restricción de frecuencia** restringe frecuencias o rangos de frecuencias naturales.
- **Restricción de tensión/factor de seguridad** limita la tensión o un valor de seguridad.

# 4.1.5 En el gestor de estudio de topología, elegimos Controles de fabricación y agregamos región conservada (Fig. 8 y 9).

En Región conservada agregamos todas aquellas caras que necesitamos conservar (la ventana ofrece la posibilidad de dar un valor de profundidad a esa región conservada).

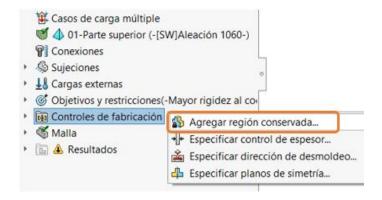


Figura 8: Cuadro de diálogo región conservada

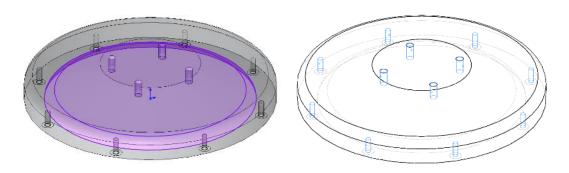


Figura 9: Selección de región conservada alojamiento generador y roscas.

# 4.1.6 Malla el modelo (Fig. 10)

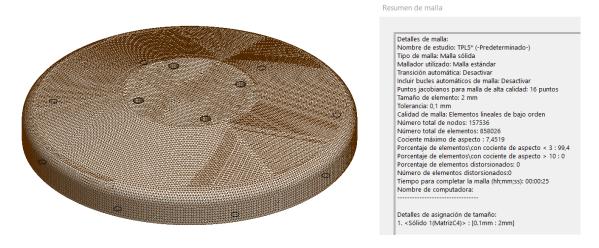


Figura 10: Malla del modelo

### 4.1.7 Ejecutamos este estudio (Fig. 11).

El algoritmo de optimización, a través de varias iteraciones, intentará alcanzar la convergencia. Podemos consultar en tiempo real las iteraciones la convergencia tanto del Objetivo (mayor rigidez) como de la Restricción (Masa). Se observa que el tiempo de cálculo es muy superior utilizando el escenario de cargas variables; mientras más cargas, más costo computacional.

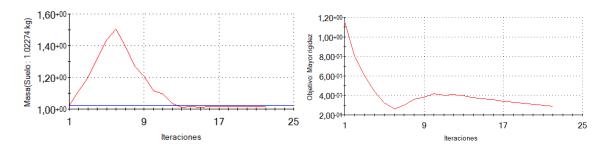


Figura 11: Convergencia de rigidez y de masa

# 4.1.8 Visualización de los resultados (Fig. 12)

En Resultados, el plot *Masa del material* nos muestra isovalores de las densidades de masas relativas de los elementos. Se puede controlar con un deslizante los valores de todos los elementos con densidades de masa relativas superiores a 0,3.

Es posible desplazar el control deslizante del isovalor hacia la derecha para eliminar un poco más la masa de la forma optimizada.

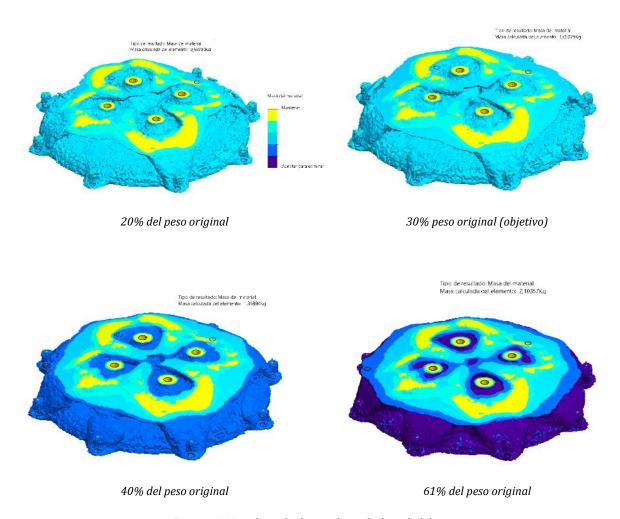


Figura 12: Visualización de isovalores de densidad de masa

# 4.1.9 Cálculo de la malla suavizada (Fig. 13).

El programa crea superficies lisas de la forma optimizada, suaviza al máximo y asigna un color único. Se puede exportar los datos de malla suavizada de la forma optimizada como nueva geometría.



Figura 13: Cálculo de la malla suavizada

#### 5. CONCLUSIONES

En este trabajo realizado sobre la carcasa superior de un generador eólico de eje vertical, el problema de máxima rigidez con restricción de volumen fue implementado usando el método de la optimización topológica. La solución utilizada para el desarrollo del cálculo proporcionó resultados coherentes. Las topologías obtenidas llevan, después de un proceso de interpretación, a piezas mecánicas más livianas, manteniendo una resistencia mecánica comparable. Se logró reducir entre 60-70% el peso de la pieza, conservando la forma resultante para fabricación aditiva o como base para un rediseño completo. Se dedujo que para piezas delgadas el método de OT sigue siendo aplicable pero a la vez no genera geometrías innovadoras, más bien coinciden con las formas utilizadas de un diseño de experiencia. Se observó una mayor cantidad de iteraciones para lograr la convergencia, debiéndose este incremento del "costo computacional" a la utilización del escenario de cargas variables aplicadas individualmente en las 4 direcciones principales del viento. Como trabajo a futuro se planea rediseñar la misma para adaptarla a procesos de fabricación convencionales. En este aspecto, el estudio topológico realizado nos da las pautas iniciales ya que sugiere que se pueden eliminar algunos agujeros de la brida inferior y generar nervios de unión entre los restantes y los agujeros superiores. Este trabajo es un primer paso para el diseño y posterior prototipo de un generador eólico de eje vertical para vientos de baja velocidad (mayores a 1,5 m/s) predominante en la región.

### 6. REFERENCIAS

- Bendsøe, M. P., & Kikuchi, N. (1988). Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. Computer methods in applied mechanics and engineering, 71(2), 197-224.
- Bendsøe, M. P. & Sigmund, O. (2003). Topology Optimization: Theory, Methods and Applications. Berlín: Springer Verlag.
- Bendsøe, M. P., & Sigmund, O. (2013). Topology optimization: theory, methods, and applications. Springer Science & Business Media.
- Carbonari, R. C. (2003). Projeto de atuado- res piezelétricos flextensionais usando o método de otimização topológica. Master's thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Kikuchi, N., Nishiwaki, S., Fonseca, L. S. O. & Silva, E. C. N. (1998). Design optimization method for compliant mechanisms microstructure. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 151, 401-417.
- Lin, J., Luo, Z. & Tong, L. (2010). A new multi-objective programming scheme for topology optimization of compliant mechanisms. Struct Multidisc Optim 40, 241-255.
- Logan, D. L. (2007). A First Course in the Finite Element Method. Thompson, Canadá.
- Nishiwaki, S., Frecker, M. I., Min, S. & Kikuchi, N. (1998). Topology optimization of compliant mechanisms using the homogenization method. Int. J. Numer. Meth. Engng. 42, 535 -559
- Tesis Doctoral "Optimización de forma y topología con malla fija y algoritmos genéticos" Dr. Ing. Mariano Victoria Nicolás Cartagena, abril de 2006 Universidad Politécnica de Cartagena.
- Timoshenko, S. & Goodier, J. (1970). Theory of Elasticity. New York: Mc Graw-Hill.